



GEOMETRIA PRATICO-INTUITIVA NELLA STORIA DELL'INSEGNAMENTO ELEMENTARE

Martina Cammillucci

Il seminario “Geometria pratico-intuitiva nella storia dell’insegnamento” tenuto dalla professoressa Marta Menghini presso il Dipartimento di Matematica dell’Università di Roma “La Sapienza” è stato per me occasione di crescita e arricchimento. Prima di tutto per il clima che vi ho potuto respirare: un ambiente di sapere, di studio, di professionalità e di passione. Ci è stato presentato un excursus storico sull’insegnamento della geometria elementare, che è apparso estremamente travagliato anche in ragione di una continua tensione tra l’approccio deduttivo/razionale e l’approccio pratico/intuitivo. Questi due approcci riflettono due aspetti diversi della geometria stessa: quello astratto speculativo (cui si riferisce in chiave formativa Platone, e che è rappresentato dal trattato classico *Elementi*, *Στοιχεῖα*, di Euclide) e quello pratico, che è in realtà molto più antico.

Cruciale nella discussione presentata da Menghini è la circostanza che, nel corso del tempo, il concetto stesso di “pratico” si è trasformato, passando da “utile per l’applicazione e per un lavoro” a “ciò che può essere eseguito concretamente, con specifici strumenti”. Già questa distinzione ha portato a riflettere: quanto ancora oggi, nella realtà che ci circonda, la geometria serve per attività pratiche, per agire concretamente, per operare praticamente? Eppure se osserviamo la storia della geometria, questa disciplina nasce proprio per questo: per risolvere problemi pratici. Parlando del mondo romano, ci è stata riportata una citazione di Quintiliano:

Riguardo alla geometria, si afferma che in parte è utile per le tenere età. Sostengono, infatti, che gli animi ne sono stimolati e l’ingegno sollecitato [...] ma pensano che quella scienza, a differenza delle altre, non è utile quando è acquisita, ma nell’atto di venire appresa” (Quintiliano, *Istitutio Oratoria*, I, 34 ss)

Tale citazione è stata per me uno spunto di riflessione, anche perché vi scorgo l’eco del brano di Platone nelle *Leggi* che Werner Jaeger ha sottoposto alla nostra attenzione nel suo saggio *Paideia* (1944)¹. Quintiliano scrive nel I secolo e parla di una geometria presentata in “tenere età”: e allora mi chiedo perché poi nei secoli susseguenti, ad ondate, e purtroppo a volte ancora oggi, si

¹ [...] essa sveglia chi per natura è sonnolento e tardo di intelletto e lo rende pronto [...] oltre le sue capacità naturali. Si veda al riguardo A. Millán Gasca, *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini*, Bologna, Zanichelli, 2016, pp. 22 ss.: ricorda Millán Gasca che Luis Vives scriverà nel *De disciplinis* (1543) che la matematica “rende acuto e agile” il fanciullo (ivi, p. 33 ss.).

sia pensato e si pensi che questa geometria sia troppo difficile per i bambini? Inoltre Quintiliano sottolinea l'importanza non dell'ormai acquisito – che io traduco in “la non importanza di formule e definizioni” – ma “dell'atto di venire appresa” – cioè, del processo di apprendimento, dello sviluppo e della costruzione del sapere – come cuore del suo ruolo educativo, paideutico.

Seguendo il filone della geometria pratica, nel corso del seminario sono stati presentati diversi testi di geometria di vari autori e epoche, in ordine cronologico. Primo fra tutti, il *De practica geometriae* (1223) di Fibonacci². Questo testo era molto utilizzato nelle scuole d'abaco, scuole comunali per alunni che volevano imparare un mestiere: la geometria che espone è per lo più limitata a regole e metodi pratici per il calcolo di distanze e aree; e gli esempi e i problemi sono pratici, quali misurare campi, dividere campi tra eredi, misurare punti inaccessibili ecc. In questo libro le regole vengono date con un esempio e le dimostrazioni sono spesso solo verifiche numeriche. Tuttavia, vi si trovano problemi più astratti, dei veri “rompicapo”, delle sfide, dei giochi matematici, alcuni dei quali (come “dividere un triangolo in due parti uguali con una linea che parte da un dato punto su un lato”) si ritrovano anche nel seguito in altri testi di geometria.

Riguardo a *Geometriae libri* (1569) di Pierre de la Ramée, voglio sottolineare due punti. Egli afferma che la geometria è l'arte di misurare bene; e parla di “familiarità con le figure”: è necessario conoscere bene queste figure e le loro proprietà (alcune anche “insolite”, come il diametro delle figure o le figure prime). Questa ultima espressione ricorda la “intimità con i numeri” di cui ha parlato René Thom riferendosi al calcolo numerico (senza calcolatrice)!³ Il concetto di “familiarità” vuole dire creare una relazione con la geometria, farla sentire vicina e intima; in virtù di questa familiarità si può poi operare, allargare il pensiero con idee nuove e sorprendenti. La geometria è fortemente connessa alla pratica e al concetto stesso di misura, eppure spesso nella scuola questo collegamento è trascurato. La strada più elementare per misurare è il conteggio di elementi semplici come passi, palmi e segmenti per le lunghezze, quadretti e mattoncini per le aree, per il volume cubetti di vari materiali. Da queste componenti elementari si introduce poi l'“unità” di misura – o meglio le unità di misura, un ricco ventaglio di nomi e di sistemi di entità di riferimento – come dato storico: attraverso il racconto si può far comprendere come la misura sia un'attività antichissima⁴, e come questa nasce per scopi pratici e per motivi di equità e di precisione, si può raccontare ai bambini di antiche e moderne unità di misura, presentare poi diversi strumenti di misura, divertirsi facendo stime ed esercitarsi con le applicazioni attraverso problemi di misura. Dedicare il giusto tempo e soprattutto un approccio moderno e calibrato, paideutico, alla misura è una vera e propria esperienza di conoscenza, che ha un forte collegamento con la vita quotidiana del bambino e nel contempo introduce al pensiero scientifico.

L'opera *Éléments de géometrie* (1741) di Alexis Clairaut si ricollega idealmente a Quintiliano e all'importanza del momento dell'apprendimento, facendo attenzione quindi al processo: per misurare si devono compiere delle azioni, dei passaggi e contano più questi che l'atto stesso finale della misura, infatti quasi non compaiono numeri. Quest'opera segna la transizione cui si è accennato all'inizio: si passa dalla misura come obiettivo in sé, di natura pratica e legata alle arti e ai mestieri, alla misura come mezzo per insegnare geometria. Clairaut (autore molto amato da Emma Castelnuovo) presenta diversi problemi e guida l'alunno nel processo di risoluzione, prestando

² La figura di Fibonacci ha ricevuto molta attenzione negli ultimi tempi da parte degli storici della matematica, si vedano ad esempio le pubblicazioni a cura del Giardino di Archimede. Un museo per la matematica di Firenze <http://php.math.unifi.it/archimede/archimede/bottega/prodotti.php>.

³ Millán Gasca, *Numeri e forme*, cit., pp. 124-125.

⁴ Sorgente di esempi e riflessioni straordinarie il classico, ormai fuori commercio in italiano, Witold Kula, *Uomini e misure*, Bari, Laterza, 1987 (ed. originale in polacco).

attenzione alle costruzioni necessarie; la descrizione del procedimento risulta essere molto dettagliata, e invece le definizioni sono date nel mentre, quasi di passaggio. Altro punto singolare, a mio avviso, è il ruolo che la narrazione ha in quest'opera settecentesca: i suoi problemi sono veri e propri racconti, in cui si descrive precisamente la situazione, con l'alunno che segue le vicende della storia. Ritengo che la narrazione permette al bambino l'immedesimazione nel problema che si sta ponendo, svegliando viva curiosità e attivando tutta quella componente emotiva che rafforza poi il momento della sfida (insita in ogni vero problema).

Nell'Ottocento troviamo il testo *Anfangsgrunde der Geometrie* (1846) di Franz von Moenik. Di questo libro mi ha colpito il ruolo del disegno geometrico, sia a mano libera, sia con i due consueti strumenti, riga e compasso. L'esperienza del disegno a mano libera è, secondo me, fondamentale nella scoperta di alcuni concetti geometrici. Ad esempio, "disegnare linee orizzontali a distanze uguali" permette al bambino di sperimentare il concetto di "per dritto" tracciando la linea con la sua mano con la matita e vivendo la sfida di andare dritto, di controllare il tremolio della mano, di percepire il movimento; inoltre, dovendo mantenere distanze uguali ad occhio, senza misurare, fa esperire un confronto geometrico, cercando di essere il più preciso possibile. Altri esempi sono il "disegno di multipli o sottomultipli di un segmento" e la "somma o differenza di segmenti". Quindi in questo libro di testo gli strumenti per disegnare sono introdotti solo dopo che un concetto è stato sperimentato, conosciuto e scoperto con il disegno a mano libera, che ha permesso di creare familiarità con quell'argomento (troviamo un richiamo a Pierre de la Ramée). La riga e il compasso rinviano già all'idea di dimostrazione.

Nel libro di Joseph Harrison *Practical plane and solid geometry for elementary students* (1907), ai primi del Novecento si presenta una geometria sperimentale, da svolgere in scuole dotate di laboratori. Nel suo testo si fa una dettagliata descrizione degli strumenti di misura e di disegno e del loro uso; non ci sono vere e proprie dimostrazioni, e le verifiche sono basate esclusivamente sulla misurazione. Tuttavia – questa è la critica di Menghini – ciò che in Clairaut esprimeva profonde spinte pedagogiche qui scade a un approccio piatto, privo di stimoli: all'alunno non è richiesto nessun tipo di ragionamento o contributo attivo.

Nel panorama italiano ci è stato presentato il contributo dei seguenti autori: Giuseppe Veronese, Giovanni Frattini, Francesco Severi e il duo Federigo Enriques-Ugo Amaldi. Conoscevo già l'approccio di questi ultimi per le scuole superiori⁵, ma la loro visione di una geometria intuitiva è stata per me occasione di riflessione: il processo di razionalizzazione della geometria è come sfumato da figure e riferimenti alla vita pratica, tagli e piegature della carta per verificare proprietà di triangoli e quadrilateri (molte di queste attività sono interessanti da poter presentare in classe). Il loro percorso (disegni, figure, riferimenti alla realtà e integrazione delle costruzioni e delle misure) si riflette e si sviluppa nel testo per le scuole medie *Geometria intuitiva* (1948) di Emma Castelnuovo, nel quale usa materiale povero e ricorre spesso al movimento, e soprattutto introduce una grande innovazione: il ruolo attivo del ragazzo non è più solo implicito, perché è un libro che si rivolge direttamente all'alunno, per risolvere un problema o fare un ragionamento. In questo approccio ho trovato qualche assonanza con quello di Maria Mascacchi – la quale in effetti apparteneva alla stessa scuola – nei libri di stato del regime fascista. Nel mio percorso di tesi ho analizzato la matematica nelle opere *Il libro della 5. classe elementare* (1937), *Il libro della 4. classe elementare* (1937-1938), *Il libro della 4. classe elementare* (1939): vi sono similitudini ad esempio,

⁵ La presentazione della geometria euclidea del saggio *Pensare in matematica* di Giorgio Israel e Ana Millán Gasca è ispirato a questi autori (Bologna, Zanichelli, 2012, si in veda pp. 156, 194, 199 ss): l'esposizione euclidea originaria è attualizzata e combinata con riferimenti all'esperienza e a semplici osservazioni, come il lavoro del piastrellista per la definizione di superficie piana oppure le porte che si aprono per l'angolo diedro.

nell'utilizzo del disegno, infatti molte pagine sono dedicate al disegno tecnico, si insegnano varie costruzioni e negli esercizi al bambino stesso è chiesto di disegnare; inoltre nel richiamo alla vita pratica, in particolar modo negli esempi e nei problemi, con maggiore insistenza nella sezione di aritmetica, e ancora nella grande attenzione alle figure, in particolar modo figure dentro altre figure per arrivare al calcolo dell'area.

Il seminario mi ha raccontato la storia travagliata dell'avvicinamento alle tenere età della geometria e dell'ibridazione con la geometria pratica e mi ha dimostrato come nel tempo ci si è più volte chiesto come avvicinare gli alunni a questa disciplina, poiché è stata vista per lo più come un ostacolo di fronte a loro e non una opportunità. Nel corso del tempo si sono susseguiti tanti tentativi e diversi criteri. A mio avviso, ciò che è fondamentale è un alternarsi di metodologie, di approcci, di lezioni, quindi un insegnamento dinamico. Ritengo importante che l'alunno che esca dalla scuola primaria abbia vissuto la matematica, in questo caso specifico la geometria. Che abbia tolto dentro di sé la paura di questa disciplina, che abbia scoperto quanto di bello essa possa offrire, che abbia rafforzato la sua *relazione d'intimità con i numeri* e, aggiungo io, con le figure, che abbia fatto esperienze e sviluppato ragionamenti. Che abbia esplorato, toccato, costruito, manipolato, disegnato e studiato i concetti geometrici, le figure e le loro proprietà, con il duplice scopo di aver rafforzato la sua familiarità con i concetti di base della geometria e di essersi esercitato ad argomentare, raccontare ed esporre le sue opinioni e i suoi saperi. È importante che ognuno abbia aperto alla matematica, più specificatamente alla geometria, una piccola porta verso il futuro. Questa porta non potrà mai aprirsi se la geometria viene accantonata perché "troppo difficile o troppo noiosa" o perché "non c'è tempo", e questo spetta a noi insegnanti.

Martina Cammillucci (Roma, 1996), maturità classica presso l'Istituto Santa Maria, è iscritta al corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria presso il Dipartimento di Scienze della Formazione dell'Università Roma Tre.

Indirizzo di posta elettronica: martina.cammillucci@gmail.com